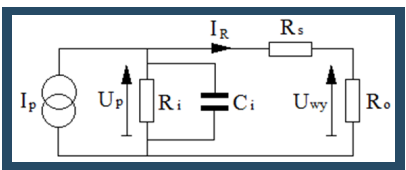


Model matematyczny określający wartości parametrów pracy paneli fotowoltaicznych i jego implementacja w komputerowym systemie pomiarowym

Sławomir Andrzej Torbus, Karolina Mroczyńska

Słowa kluczowe: interpolacja wielomianowa Lagrange'a, optymalny punkt pracy ogniwa fotowoltaicznego, błąd interpolacji, złożoność obliczeniowa, system czasu rzeczywistego, odnawialne źródła energii

Streszczenie.
Zaprezentowany algorytm umożliwia wyznaczanie parametrów charakterystycznych ogniwa fotowoltaicznego. Wykorzystano w nim interpolację wielomianową Lagrange'a do opisu charakterystyki napięciowo-prądowej. Określono względne błędy przybliżeń parametrów charakterystycznych fotoogniwa, na podstawie których stwierdzono, że w modelu matematycznym stosowanym w algorytmie wystarczy zaimplementować wielomian interpolacyjny 2-go stopnia. Sformulowano wnioski dotyczące niniejszego algorytmu.



Rys. 1. Schemat zastępczy fotoogniwa
 $R_i [\Omega]$ – rezystancja złącza,
 $R_s [\Omega]$ – rezystancja półprzewodnika i doprowadzeń,
 $R_0 [\Omega]$ – rezystancja obciążenia,
 $C_i [F]$ – pojemność złącza [1,2,3,4]

- Parametrami charakterystycznymi ogniwa fotowoltaicznych są [3,4,5,6]:**
- rezystancja obciążenia**, która reprezentuje odbiornik podłączony do wyjścia fotoogniwa: $R_0 = \frac{U_{wy}}{I_R} [\Omega]$
 - moc czynna**, która pobierana jest przez odbiornik i zamieniana na pracę lub ciepło: $P_{R_0} = U_{wy} \cdot I_R [W]$
 - sprawność ogniwa słonecznego**, definiowana jako stosunek maksymalnej mocy czynnej wydzielonej na obciążeniu (odbiorniku) do mocy padającego promieniowania słonecznego: $\eta \approx \frac{P_{max}}{M_e \cdot A} \cdot 100\% [\%]$
gdzie: M_e – moc promieniowania słonecznego [W/m^2], A – powierzchnia fotoogniwa [m^2].

Interpolacja wielomianowa Lagrange'a jest metodą numeryczną, która polega na określeniu analitycznej postaci funkcji interpolacyjnej w pewnym przedziale, w którym znane są tylko wybrane wartości przyjmowane przez tę funkcję w punktach zwanych węzłami interpolacji. Jest ona szczególnym przypadkiem aproksymacji – procesu znajdowania rozwiązań przybliżonych na podstawie rozwiązań znanych [21].

Niech na przedziale $\langle a; b \rangle$ danych będzie $n + 1$ różnych par uporządkowanych (tzw. węzłów interpolacji): $(x_0, y_0), (x_1, y_1), \dots, (x_n, y_n)$, przy założeniu $x_i \neq x_j$ dla $i \neq j$. Dodatkowo na przedziale tym niech określona będzie funkcja interpolowana $y = f(x)$, która w węzłach interpolacji spełnia następującą własność [7,8]: $f(x_0) = f(a) = y_0, f(x_1) = y_1, f(x_2) = y_2, \dots, f(x_n) = f(b) = y_n$. Interpolacja wielomianowa polega na znalezieniu takiego wielomianu W_n , który będzie spełniał tę własność. Opisuje go wzór Lagrange'a, zwany wielomianem interpolacyjnym Lagrange'a [7,8]:

$$W_n(x) = \sum_{j=0}^n y_j \frac{(x-x_0) \cdot (x-x_1) \cdot \dots \cdot (x-x_{j-1}) \cdot (x-x_{j+1}) \cdot \dots \cdot (x-x_n)}{(x_j-x_0) \cdot (x_j-x_1) \cdot \dots \cdot (x_j-x_{j-1}) \cdot (x_j-x_{j+1}) \cdot \dots \cdot (x_j-x_n)}$$

Tab. 1. Tabeleczne zestawienie wyników obliczeń w aplikacji MathCAD: wielomiany interpolacyjne Lagrange'a, maksymalne moc czynne pobierane przez odbiornik, rezystancje obciążenia oraz sprawności fotoogniwa o powierzchni 0,3 m² dla mocy promieniowania słonecznego 1000 W/m² [wyniki własne]

Wielomian interpolacyjny Lagrange'a	Maksymalna moc czynna pobierana przez odbiornik [W]	Rezystancja obciążenia fotoogniwa [Ω]	Sprawność fotoogniwa [%]
$W_1 = \{(x; f(x)); x, f(x) \in R\} = \{(0, 20; 1,90); (18, 7; 0,37); (19, 4; 0,14)\}$ $W(x) = -12,806 \cdot 10^{-7} \cdot x^2 + 1,593 \cdot 10^{-7} \cdot x + 1,869$	23,259	6,463	7,8
$W_2 = \{(x; f(x)); x, f(x) \in R\} = \{(0, 20; 1,90); (17, 4; 0,86); (18, 7; 0,37); (19, 4; 0,14)\}$ $W(x) = 2,150 \cdot 10^{-8} \cdot x^3 - 9,515 \cdot 10^{-8} \cdot x^2 + 9,557 \cdot 10^{-7} \cdot x + 1,713$	39,367	2,917	13,1
$W_3 = \{(x; f(x)); x, f(x) \in R\} = \{(0, 20; 1,90); (17, 4; 0,86); (18, 7; 0,37); (19, 4; 0,14); (19, 4; 0,14)\}$ $W(x) = 7,789 \cdot 10^{-9} \cdot x^4 - 4,317 \cdot 10^{-8} \cdot x^3 + 7,980 \cdot 10^{-8} \cdot x^2 - 49,808 \cdot x + 11,546$	11,601	25,658	3,9



Rys. 2. Schemat komputerowego systemu pomiarowego

Tab. 2. Zależność napięcia i prądu fotoogniwa od obciążenia R_0

U_{wy} [V]	x_k	0,20	15,2	17,4	18,2	18,6	18,7	18,9	19,0	19,0	19,1	19,2	19,3	19,4
I_R [A]	$f(x_k)$	1,90	1,50	0,86	0,60	0,45	0,37	0,30	0,26	0,24	0,20	0,19	0,15	0,14

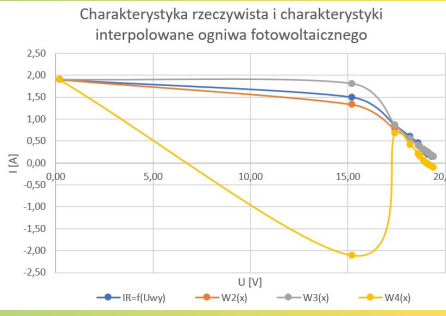
Tab. 3. Wartości błędów bezwzględnego i względnego dla poszczególnych parametrów charakterystycznych ogniwa słonecznego [wyniki własne]

Parametr charakterystyczny fotoogniwa	Wielomian interpolacyjny Lagrange'a 2-go stopnia		Wielomian interpolacyjny Lagrange'a 3-go stopnia		Wielomian interpolacyjny Lagrange'a 4-go stopnia	
	ΔX	δX	ΔX	δX	ΔX	δX
Maksymalna moc pobierana przez odbiornik	0,459 W	2,013%	16,567 W	72,662%	-11,199 W	-49,118%
Rezystancja obciążenia fotoogniwa	-3,670 Ω	-36,218%	-7,216 Ω	-71,213%	15,525 Ω	153,212%
Sprawność fotoogniwa	0,2%	2,632%	5,5%	72,368%	-3,7%	-48,684%

$\Delta X = X - X_p$ – błąd bezwzględny wyrażony w jednostkach wielkości mierzonej
 $\delta X = \frac{\Delta X}{X_p} \cdot 100\%$ – błąd względny wyrażony w procentach
 X – wartość parametru charakterystycznego obliczona na podstawie wielomianu interpolacyjnego
 X_p – wartość rzeczywistego parametru charakterystycznego przyjmowana za wzorcową

Idea zaproponowanego algorytmu jest znalezienie optymalnych punktów pracy fotoogniwa. Składają się na niego następujące etapy:

- wyznaczenie wielomianu interpolacyjnego Lagrange'a, określającego zależność natężenia prądu płynącego przez rezystancję obciążenia fotoogniwa od napięcia na tym obciążeniu,
- znalezienie maksimum lokalnego, symbolizującego maksymalną moc czynną pobieraną przez odbiornik,
- wyliczenie rezystancji obciążenia oraz sprawności fotoogniwa w punkcie maksymalnej mocy czynnej.



Wnioski. Na podstawie wyników zamieszczonych w Tab. 3., analizując wyniki błędów bezwzględnego i względnego wzięte co do wartości bezwzględnej, można stwierdzić, że najlepsze przybliżenie wartości parametrów charakterystycznych fotoogniwa uzyskuje się korzystając z wielomianu 2-go stopnia. Ponadto, na podstawie Rys. 2., można zauważyć, że wartości obliczone na wielomianie 2-go stopnia najlepiej przybliżają rzeczywiste parametry rozpatrywanego fotoogniwa: maksymalną moc czynną pobieraną przez odbiornik $P_{max} = 22,800$ W, rezystancję obciążenia fotoogniwa $R_0 = 10,133 \Omega$, sprawność fotoogniwa $\eta = 7,6\%$.

Zaproponowany algorytm jest prosty, dokładny i szybki. Jego prostota wynika z zastosowania powszechnie znanej metody przybliżania, która w środowisku programistycznym jest reprezentowana przez gotową funkcję. Z kolei dokładność pozwala uzyskać wyniki obarczone małym błędem. Szybkość działania wynika z małej złożoności obliczeniowej, ponieważ operacje arytmetyczne przeprowadzane są na skończonym (trzyelementowym) zbiorze danych, w którym elementem jest para uporządkowana: napięcie na wyjściu fotoogniwa i natężenie prądu elektrycznego płynącego przez obciążenie fotoogniwa. Wyżej wymienione cechy autorskiego algorytmu przypisują go do grupy algorytmów implementowanych w systemach pomiarowych pracujących w czasie rzeczywistym.



LITERATURA

- Aichouba M., Rahli M., Solar cell parameters extraction optimization using Lambert function, Przegląd Elektrotechniczny, R. 95, 4/2019
- Gukowski S., Modelowanie charakterystyk I-V ogniw słonecznych w środowisku Matlab/Simulink, Journal of civil engineering, environment and architecture, t. XXXI, z. 61 (3/11/14)
- Tytko R., Odnawialne źródła energii, OWG, 2010
- Jastrzębska G., Ogniwa słoneczne. Budowa, technologia i zastosowanie, WKŁ, Warszawa 2013
- Korasiak P., Sprawność konwersji promieniowania słonecznego na energię elektryczną współczesnych ogniw i modułów fotowoltaicznych, Przegląd Elektrotechniczny, R.93, Nr 7/2017
- Kwiecień R., Sprawność systemów fotowoltaicznych – wybrane zagadnienia, IAPGOŚ 02/2012
- Fortuna Z., Macukow B., Wasowski J., Metody numeryczne, WNT Warszawa 2021
- Kincaid D., Cheney W., Analiza numeryczna, WNT Warszawa 2006