

Tomasz POPLAWSKI\*

## Zastosowanie wybranych technik prognostycznych do krótkoterminowych prognoz cen energii elektrycznej na Towarowej Giełdzie Energii

**STRESZCZENIE.** Wraz z przemianami społeczno-politycznymi i idącymi w ślad za nimi przemianami gospodarczymi obserwowanymi w kraju w ostatnim piętnastoleciu, dostrzec można również ewolucję poglądów na temat roli prognozowania elektroenergetycznego. Efektem zmian zachodzących w polskiej elektroenergetyce jest liberalizacja handlu energią. Prognozowanie zapotrzebowania lub zużycia energii elektrycznej jest zagadnieniem w miarę rozpoznany i dość szeroko opisanym w literaturze zarówno światowej jak i krajowej. Gorzej jest w przypadku prognozowania cen energii elektrycznej. Jest to zagadnienie nowe, a w przypadku prognoz cen energii elektrycznej na Towarowej Giełdzie Energii nie ma zbyt wiele opracowanych i zweryfikowanych metod umożliwiających jej predykcję. W artykule zaproponowano wykorzystanie do celów predykcji krótkoterminowej cen klasycznych modeli harmonicznym opartych o stochastyczną analizę szeregów czasowych, jak również modelu Hausdorffa wywodzącego się z teorii chaosu zdeterminowanego. Modele te zweryfikowano na jednorodnym materiale statystycznym wykonując prognozy wygasłe cen na Towarowej Giełdzie Energii.

**SŁOWA KLUCZOWE:** krótkoterminowe prognozowanie w elektroenergetyce, Towarowa Giełda Energii, szeregi czasowe, krzywe harmoniczne, metody oparte na podobieństwie, teoria chaosu.

---

\* Dr inż. — Politechnika Częstochowska, Częstochowa.

Recenzent: prof. dr hab. inż. Eugeniusz MOKRZYCKI

## Wprowadzenie

Restrukturyzacja polskiego sektora elektroenergetyki trwa już od ponad dziesięciu lat. Wyjątkowym przełomem w sektorze było wprowadzenie Ustawy Prawo Energetyczne, na podstawie której stworzono warunki do funkcjonowania Towarowej Giełdy Energii (opisywanej w artykule skrótowo TGE). W związku z powyższym energia elektryczna jak i inne nośniki energetyczne stały się specyficznym towarem podlegającym również ekonomicznemu prawu podaży i popytu.

Akt założycielski Spółki Towarowa Giełda Energii SA został podpisany przez akcjonariuszy–założycieli w dniu 29.11.1999 roku. Spółka została zarejestrowana i rozpoczęła działalność w dniu 7 grudnia 1999 roku, a pierwsze transakcje handlowe zostały zawarte na Rynku Dnia Następnego 30 czerwca 2000 roku.

Do zakresu działalności Towarowej Giełdy Energii przede wszystkim należy:

- ❖ prowadzenie nieobligatoryjnego rynku energii elektrycznej w Polsce, a w przyszłości również międzynarodowego,
- ❖ współpraca z innymi giełdami energii elektrycznej w Europie,
- ❖ świadczenie usług dodatkowych dla podmiotów funkcjonujących na rynku energii elektrycznej (rozliczenia końcowe dla Członków Towarowej Giełdy Energii, pośrednictwo w rozliczeniach kontraktów dwustronnych).

Według regulaminu Towarowej Giełdy Energii S.A. obowiązującego od 25 maja 2006 roku obrót towarami giełdowymi dokonywany jest na wyodrębnionych rynkach:

- ❖ Rynek Dnia Następnego (zwany dalej również RDN),
- ❖ Rynek Gazu (zwany dalej również RG),
- ❖ Rynek Terminowy,
- ❖ Rynek Praw Majątkowych (zwany dalej również RPM),
- ❖ Rynek Upnień do Emisji (zwany dalej również RUE).

Każdy z wymienionych powyżej rynków niesie ze sobą poważne ryzyko poniesienia strat z tytułu źle podjętych decyzji. Zwracają na to uwagę w artykule [1] autorzy opisując metody wspomagające decyzje związane z planowaniem pozycji kontraktowej, a w przypadku Rynku Bilansującego w artykule [12], autorzy minimalizując prawdopodobieństwo poniesienia strat wymagają prognoz zapotrzebowania na energię oraz założenia określonych poziomów cen. Argumenty te świadczą o tym, że w przypadku podejmowania decyzji w warunkach konkurencyjności sektora elektroenergetyki opartej na kryterium zysku, nieodzownym elementem jest prawidłowa predykcja zapotrzebowania na energię elektryczną notowaną na TGE lub cenę oferowaną za tą energię.

Obrót energią elektryczną odbywa się w trzech podstawowych segmentach:

- ❖ na rynku kontraktowym, w którym obrót energią prowadzony jest w formie kontraktów dwustronnych, zawieranych bezpośrednio pomiędzy Członkami,
- ❖ na rynku giełdowym, w którym obrót energią prowadzony jest w formie kontraktów zawieranych na Towarowej Giełdzie Energii,

- ✧ na rynku bilansującym, w którym operator Systemu Przesyłowego bilansuje różnice pomiędzy transakcjami zawartymi na rynku kontraktowym i rynku giełdowym, a rzeczywistym zapotrzebowaniem na energię elektryczną.

Realia rynku energii elektrycznej, a zwłaszcza regulacje różnicujące ceny rozliczeniowe, stanowią istotny bodziec ekonomiczny do poszukiwania nowych metod w celu uzyskiwania coraz to dokładniejszych prognoz. Wśród wielu metod predykcji stosowanych w praktyce do prognoz zapotrzebowania na energię elektryczną [3, 5, 7, 8] odrębną grupę stanowią modele oparte o analizę szeregów czasowych [9]. W artykule opisano próbę zastosowania różnych odmian modelu krzywych harmonicznym do prognozowania cen na giełdzie energii elektrycznej z dobowym wyprzedzeniem. Specyfika zmienności cen na TGE spowodowała, że podjęto również próbę zastosowania wybranych elementów z teorii chaosu zdeterminowanego do utworzenia modelu predykcyjnego opierającego się o procesy samopodobne. Model ten jak i wyniki krótkoterminowej predykcji wygasłej dla tego samego materiału statystycznego i horyzontu czasowego opisano w dalszej części artykułu.

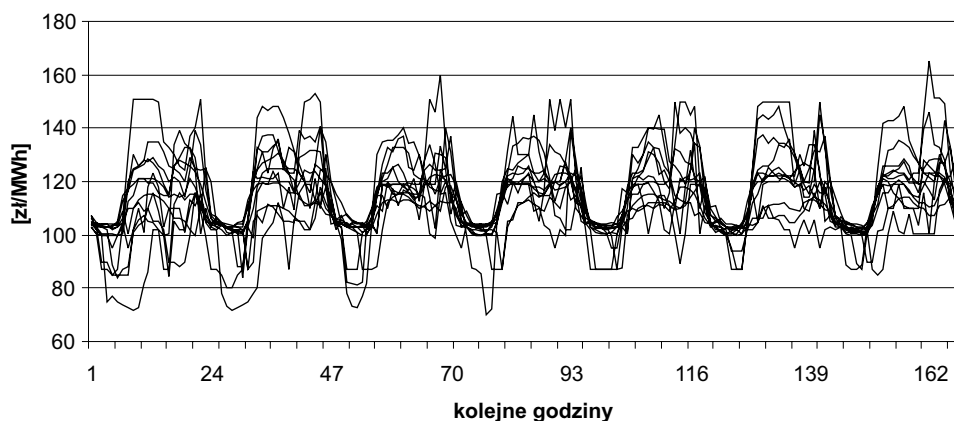
## Predykcyjny model harmonicznym

Analizując proces zmienności dobowej cen energii na Giełdzie Energii można dostrzec w nich pewne cechy przynależne szeregom czasowym. W ogólnym przypadku można założyć występowanie w szeregach czasowych składnika systematycznego oraz losowy szum (zakłócenia), który utrudnia identyfikację struktury zjawiska. Strukturę większości szeregów czasowych można opisać przy pomocy dwóch podstawowych klas składników: trendu i sezonowości. Pierwsza reprezentuje ogólny składnik liniowy lub (najczęściej) nieliniowy, który opisuje ogólny kierunek rozwoju zjawiska i nie powtarza się lub przynajmniej nie powtarza się w odcinku czasu, z którego pochodzą nasze dane. Druga może formalnie mieć podobną naturę jednak powtarza się w systematycznych odcinkach czasu.

## Etapy budowy modelu harmonicznym

Do badania i prognozowania niektórych szeregów czasowych można zastosować analizę harmoniczną [9]. Polega ona na stworzeniu modelu, który jest sumą harmonik, czyli funkcji  $\cos$  lub  $\sin$  o różnych częstotliwościach. Pierwsza składowa ma okres równy długości badanego szeregu, druga połowie tego okresu, trzecia składowa jednej trzeciej itd. Liczba wszystkich możliwych składowych harmonicznym wynosi:  $n/2$ , gdzie  $n$  oznacza długość badanego szeregu (liczbę obserwacji).

W ogólnym przypadku oprócz wahań okresowych pojawia się stały poziom lub trend badanego zjawiska. Ogólnie szereg czasowy można zapisać korzystając ze składowych harmonicznym następująco:



Rys. 1. Przykładowe przebiegi tygodniowej zmienności cen energii elektrycznej na TGE dla wybranych pierwszych tygodni w kolejnych miesiącach 2005 roku

Fig. 1. Chosen time dependencies of electric energy price fluctuation on the Polish Power Exchange for chosen first weeks in successive months of 2005

$$y_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^{i=n/2} A_i \cos\left(\frac{2\pi}{n} it - \phi_i\right) \quad (1)$$

gdzie:  $i$  — numer składowej harmonicznej,  
 $A_i$  — amplituda  $i$ -tej składowej harmonicznej,  
 $\phi_i$  — przesunięcie fazowe  $i$ -tej składowej.

Wykorzystując własności funkcji cosinus wzór (1) można przekształcić i zapisać następująco:

$$y_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^{i=n/2} \left[ \alpha_i \sin\left(\frac{2\pi}{n} it\right) + \beta_i \cos\left(\frac{2\pi}{n} it\right) \right] \quad (2)$$

gdzie:  $\alpha_0, \alpha_i, \beta_i$  — parametry modelu.

Nieznane w modelu wartości parametrów wyznacza się klasyczną metodą najmniejszych kwadratów. Rozwiązaniem są następujące zależności:

$$a_0 = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^{t=n} y_t, \quad (3)$$

$$a_i = \frac{2}{n} \sum_{t=1}^{t=n} y_t \sin\left(\frac{2\pi}{n} it\right), \quad i = 1, \dots, \frac{n}{2} - 1, \quad (4)$$

$$b_i = \frac{2}{n} \sum_{t=1}^{t=n} y_t \cos\left(\frac{2\pi}{n} it\right), \quad i = 1, \dots, \frac{n}{2} - 1, \quad (5)$$

gdzie:  $a_0, a_i, b_i$  — są ocenami rzeczywistych parametrów modelu.

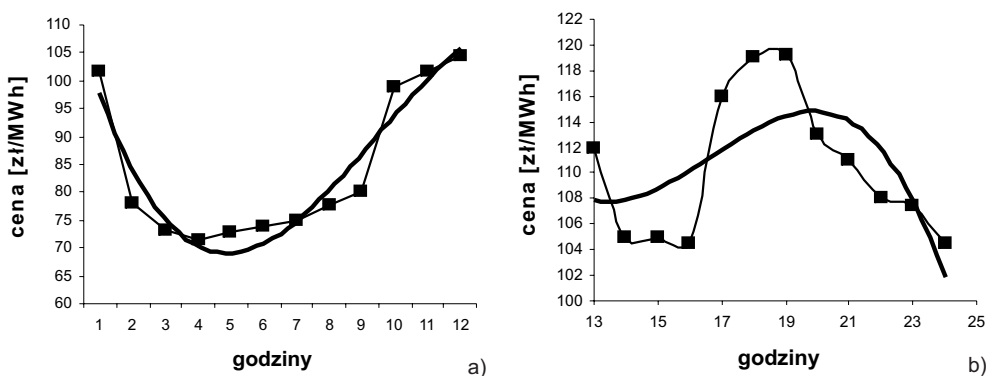
Dla ostatniej składowej harmonicznej o numerze  $n/2$  wartości parametrów są następujące:

$$a_{n/2} = 0, \quad b_{n/2} = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^{t=n} y_t \cos(\pi t) \quad (6)$$

W artykule przedstawiono model zbudowany do wykonywania prognozy krokowej z wyprzedzeniem dobowym. Dodatkowo zaobserwowano charakterystyczną zmienność danych wejściowych dla pierwszej oraz drugiej połowy doby objawiającą się wyraźnym występowaniem trendu. W związku z powyższym model zmodyfikowano do postaci:

$$y_t = f(t) + \sum_{i=1}^{i=n/2} \left[ \alpha_i \sin\left(\frac{2\pi}{n} it\right) + \beta_i \cos\left(\frac{2\pi}{n} it\right) \right] \quad (7)$$

W artykule przedstawiono wykorzystanie równania (7) w dwóch wariantach. W wariantcie pierwszym funkcję  $f(t)$  określano dla każdej połowy doby odrębnie stosując klasyczną metodę najmniejszych kwadratów.



Rys. 2. Przykład zmienności cen energii elektrycznej z naniesioną krzywą trendu wielomianowego a) pierwsza połowa doby styczniowej w 2005 roku, b) druga połowa doby styczniowej w 2005 roku

Fig. 2. An example of electric energy price fluctuation along with plotted polynomial trend curve a) first half of a January twenty-four hours period in 2005 b) second half of a January twenty-four hours period in 2005

Parametry harmonik szacowano z wzorów (3), (4), (5), (6) z tą jednak różnicą, że zamiast wartości  $y_t$  obliczano nową wartość:

$$y'_{t-1} = y_{t-1} - f(t-1) \quad (8)$$

W drugim wariantcie funkcję  $f(t)$  zastąpiono średnią dobową ceną wyznaczoną z doby poprzedzającej prognozę cen. Ponadto harmoniki wyznaczane z drugiej części równania (7), tworzą z tygodnia poprzedzającego prognozę w ten sposób, że utworzono profil średniej doby tygodniowej cen.

## Zastosowanie wymiaru Hausdorffa do prognozy cen energii elektrycznej na Towarowej Giełdzie Energii

W analizie szeregów chronologicznych procesów obciążenia elektroenergetycznego w warunkach silnych zaburzeń rozwojowych, obserwowanych w krajach transformujących swą gospodarkę stosowano modele z zakresu sztucznej inteligencji [5, 7], modele zaadaptowane do energetyki z dynamicznej teorii morfogenezy Thoma (teoria katastrof) [2], która w analizie szeregów chronologicznych procesów obciążenia elektroenergetycznego daje możliwość opisu tego procesu w warunkach silnych zaburzeń rozwojowych, jak również wywodzących się z ogólnej teorii chaosu np. wymiar Hausdorffa [4].

W opisywanym eksperymencie badawczym postanowiono zaadoptować wymiar Hausdorffa do prognozy cen na TGE z wyprzedzeniem dobowym.

### Budowa modelu

Jeżeli licznością zbioru elementów  $N$  rządzi reguła rozmnażania lub redukcji dana wzorem:

$$\frac{\ln N_{i+1}}{\ln N_i} = \frac{\ln N_{i+1}^a}{\ln N_i^a} = G \quad (9)$$

gdzie:  $G$  — wyznaczony według [3] z badanego zbioru wymiar fraktalny, to zmiany liczności zbioru są procesem samopodobnym, przy  $a \rightarrow \infty$ . Zmiany te tworzą zbiór Cantora [10], a przepis jego tworzenia jest według Mandelbrota fraktalem [11]. W konwencję zbioru Cantora przeniesiono na procesy samopodobne przebiegające w czasie [4].

Niech  $X(t_1), X(t_2)$  będą licznością pewnego zbioru w chwilach  $t_1, t_2$ . Jeżeli badany zbiór zachowuje się w czasie samopodobnie, to:

$$\frac{\ln X(t_2)}{\ln X(t_1)} = G \quad (10)$$

czyli:

$$\ln X_t = G_{t+1/t} \ln X_{t-1} \quad (11)$$

Jeżeli  $X_t$  jest funkcją losową, to jej wartość dla chwili  $t+1$  możemy oszacować z równania:

$$\ln \hat{X}_{t+1} = \hat{G}_{t+1/t} \ln X_t \quad (12)$$

Powyższe równanie jest modelem predykcji krokowej, w którym  $\hat{G}_{t+1/t}$  jest najlepszym przybliżeniem  $G_{t+1/t}$  w sensie minimum średniego błędu kwadratowego.

Podczas badań okazało się, że wyznaczany wymiar Hausdorffa oscyluje wokół jedności, przy czym prawie równomiernie rozkłada się licznosc wymiarów mniejszych i większych od jedności. W związku z powyższym z historii procesu szacowano dwie miary:  $\hat{G}_{t+1/t}^L$  oraz  $\hat{G}_{t+1/t}^P$ . Odpowiednio dla  $G_{t-1}$  mniejszego lub większego od jedności.

## Weryfikacja modeli

Opisane powyżej modele harmonicznych oraz model Hausdorffa weryfikowano na przebiegach dotyczących dobowych zmienności cen notowanych na TGE dla 2005 roku. Wyznaczano błędy godzinowe prognozy APE (*Absolute Percentage Error*) oraz dla pełniejszej analizy obliczono również średnie błędy MAPE (*Mean Absolute Percentage Error*): dobowe, miesięczne oraz roczne.

Zakres badań był identyczny dla wszystkich modeli.

## Modele harmoniczne

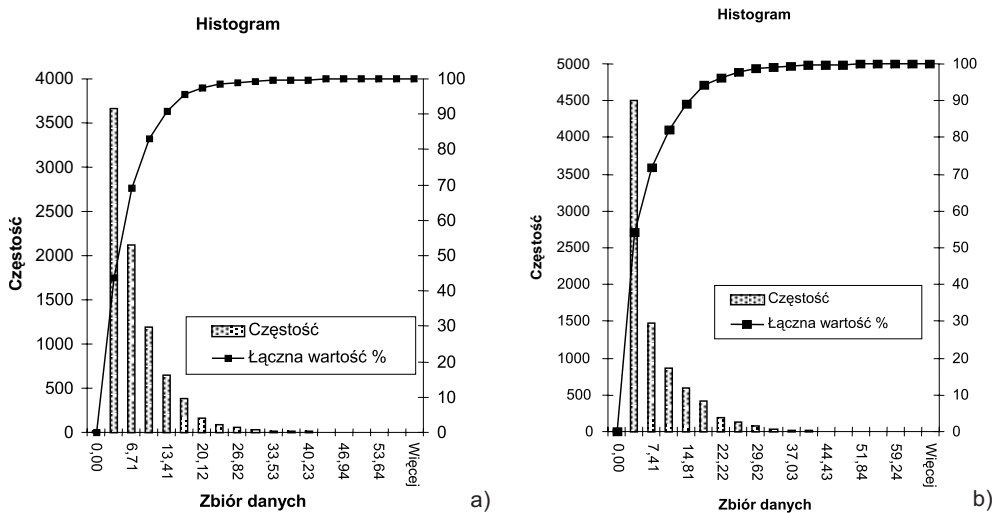
TABELA 1. Średnie, maksymalne oraz minimalne błędy MAPE prognozy wygasłej cen energii elektrycznej na TGE w poszczególnych miesiącach 2005 roku uzyskane modelami harmonicznymi

TABLE 1. Mean, maximum and minimum MAPE errors of forecast of out-of-date electric energy prices on the Polish Power Exchange in respective months of 2005 obtained with models of harmonics

Miesiąc	Model harmoniczny I			Model harmoniczny II		
	MAPE	min MAPE	max MAPE	MAPE	min MAPE	max MAPE
	[%]	[%]	[%]	[%]	[%]	[%]
I	5,13	1,17	11,87	4,63	1,45	10,38
II	2,67	0,71	8,41	2,72	1,15	8,56
III	5,17	1,74	24,13	5,17	1,25	24,31
IV	6,89	2,09	18,1	6,84	1,97	18,02
V	8,3	1,63	26,76	8,64	2,76	26,76
VI	5,32	1,61	12,77	5,17	1,59	10,62
VII	6,21	1,88	13,45	5,58	2,11	14,04
VIII	4,37	1,24	9,18	4,31	1,81	9,92
IX	5,53	1,85	13,64	5,06	1,65	12,95
X	6,46	3,49	13,24	5,67	2,12	12,87
XI	7,46	3,08	18,17	7,14	2,85	18,16
XII	7,19	2,02	21,55	7,72	2,23	21,67
Śr.	5,89			5,72		

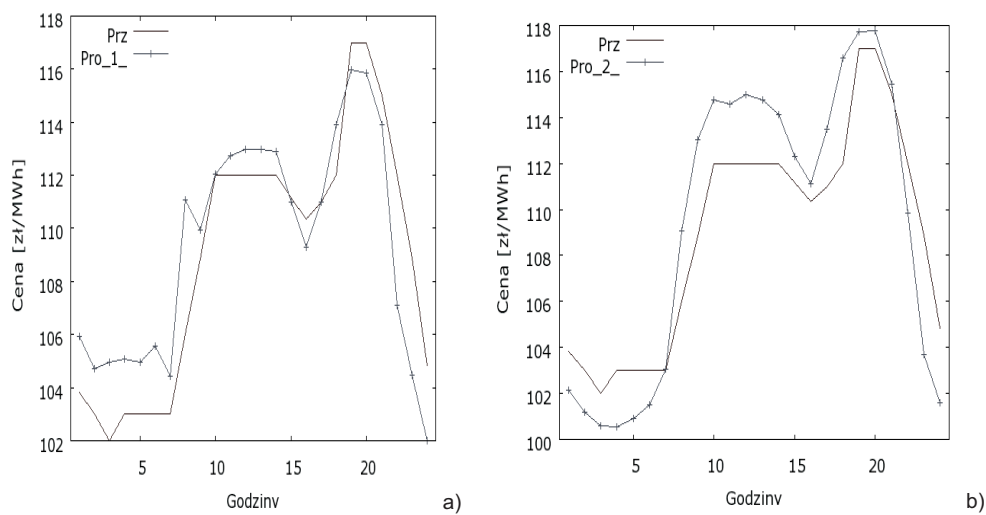
Źródło: Opracowanie własne





Rys. 3. Histogram oraz dystrybuanta rozkładu błędów godzinowych MAPE dla 2005 roku uzyskanych modelem harmonicznym I (a) i modelem harmonicznym II (b)

Fig. 3. Histogram and distribution of hourly MAPE errors for 2005 obtained with the model of harmonics I (a) and the model of harmonics II (b)



Rys. 4. Przykładowy rzeczywisty i prognozowany przebieg zmienności cen na TGE w 2005 roku uzyskany modelem harmonicznym I (a) i modelem harmonicznym II (b)

Fig. 4. Exemplary real and forecasted time dependence of price fluctuation on the Polish Power Exchange obtained with the model of harmonics I (a) and the model of harmonics II (b)

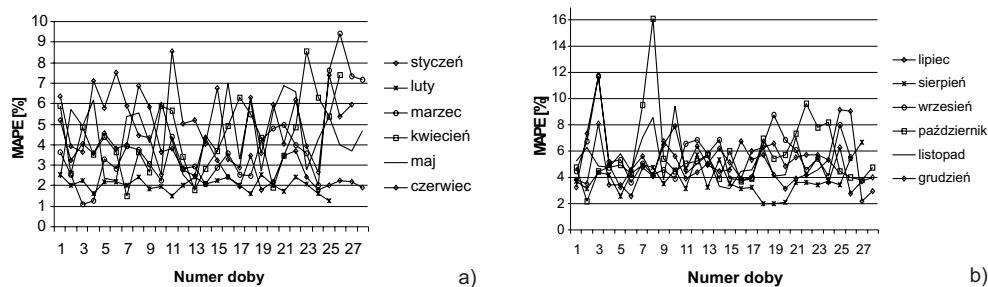
## Model oparty o wymiar Hausdorffa

TABELA 2. Średnie, maksymalne oraz minimalne błędy MAPE prognozy wygasłej cen energii elektrycznej na TGE w poszczególnych miesiącach 2005 roku uzyskane modelem Hausdorffa

TABLE 2. Mean, maximum and minimum MAPE errors of forecasting of out-of-date electric energy prices on the Polish Power Exchange in successive months of 2005 obtained with Hausdorff's model

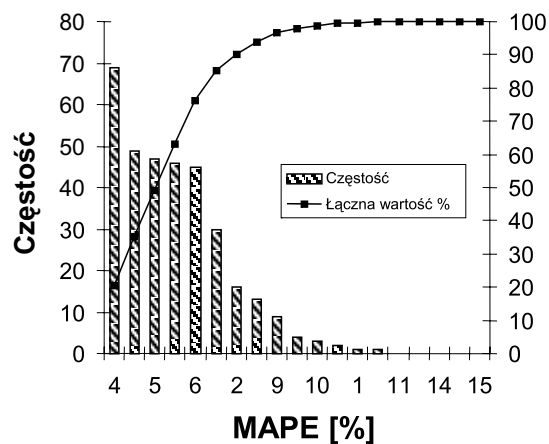
Miesiąc	Weryfikowany model Hausdorffa		
	średni MAPE	min MAPE	max MAPE
	[%]	[%]	[%]
Styczeń	3,33	1,81	6,89
Luty	2,05	1,30	2,55
Marzec	3,30	1,10	9,40
Kwiecień	4,42	1,51	8,58
Maj	4,46	1,93	7,02
Czerwiec	5,14	2,55	8,56
Lipiec	5,13	2,77	11,72
Sierpień	3,85	2,01	6,64
Wrzesień	5,72	3,61	11,70
Październik	5,83	2,23	16,18
Listopad	5,24	3,15	9,49
Grudzień	5,15	2,23	9,15
Średni roczny	4,47		

Źródło: Opracowanie własne



Rys. 5. Wykresy błędów dobowych MAPE dla poszczególnych miesięcy badanej pierwszej i drugiej połowy 2005 roku

Fig. 5. MAPE twenty-four hours period errors for respective months of the first and the second half of 2005



Rys. 6. Histogram częstości występowania błędów dobowych MAPE prognozy wygasłej cen energii elektrycznej na TGE dla 2005 roku

Fig. 6. Histogram of frequency appearance of MAPE errors pertaining to twenty-four hours period in the forecast of out-of-date electric energy prices on the Polish Power Exchange in 2005

## Podsumowanie i wnioski

- ✧ Uzyskane dokładności prognoz wygasłych w pierwszym i drugim modelu harmonicznych nie różnią się znacząco, jednak w wariancie drugim średni błąd prognozy MAPE jest mniejszy. Sugerowałoby to prowadzenie dalszych badań, w kierunku określania innych profili np. godzinowych w przekroju rocznym, wyodrębnianie dni świątecznych i roboczych itd.
- ✧ Z doświadczeń przy stosowaniu do celów predykcji modeli ekonometrycznych opartych na procesach stochastycznych wynika wniosek, że dokładność prognoz prawdopodobnie silniej zależy od wariancji badanego procesu niż stosowanej metodologii. Modele te są zdeterminowane w pewien sposób wariancją badanego procesu. Pomysłem na pozbycie się tego „statystycznego balastu” mogło być zastosowanie wymiaru Hausdorffa zaczerpniętego z teorii chaosu zdeterminowanego.
- ✧ Uzyskane wyniki prognoz w przypadku modelu wykorzystującego wymiar Hausdorffa są porównywalne z wynikami uzyskanymi innymi modelami i na tyle dokładne, że nie mogą one decydować o odrzuceniu któregokolwiek z modeli jako narzędzia predykcji.

## Literatura

- [1] ARABAS J., ADAMOWICZ Ł., 2003 — Planowanie Pozycji kontraktowej przy zróżnicowanych cenach rynku bilansującego. Elektroenergetyka, nr 3(46).

- [2] ARNOLD V.I., 1986 — Catastrophe theory. Springer Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, Tokyo.
- [3] DOBRZAŃSKA I., DAŚAL K., ŁYP J., POPLAWSKI T., SOWIŃSKI J., 2002 — Prognozowanie w elektroenergetyce. Zagadnienia wybrane. Wyd. Politechniki Częstochowskiej, Częstochowa.
- [4] DOBRZAŃSKA I., 1991 — Wymiar Hausdorffa jako narzędzie predykcji krokowej. Wrocław. Badania Operacyjne i Decyzje nr 2.
- [5] ŁYP J., 2005 — Artificial Neural Networks in Forecasting of Energy Prices on the Electricity Balancing Market. International Scientific Symposium EE 2005, Słowacja. Stará Lesná.
- [6] MANDELBROT B.B., 1982 — The Fractal Geometry of Nature. W.H.Freeman. San Francisco.
- [7] POPLAWSKI T., 2004 — Influence of the Kind of Membership Function on the Accuracy of Fuzzy Logic Forecasting Model. Technical and Economic Aspect of Modern Technology Transfer in Context Integration with European Union. Kosice.
- [8] POPLAWSKI T., 2005 — Problematyka analizy zmienności i prognoz obciążeń w systemach elektroenergetycznych w warunkach transformacji rynku. Metody i systemy komputerowe w automatyce i elektrotechnice. Wydawnictwo Politechniki Częstochowskiej. Częstochowa, s. 144—149.
- [9] RADZIKOWSKA B. i in., 2000 — Metody prognozowania. Wyd. Akademii Ekonomicznej im. Oskara Langego we Wrocławiu, Wrocław.
- [10] SCHUSTER H.G., 1984 — Deterministic chaos. An Introduction. Wenheim. Physik Verlag.
- [11] TEMPCZYK M., 1985 — Świat harmonii i chaosu. PIW. Bibl. Myśli Współczesnej. Warszawa.
- [12] WERON A., WOŁOMAŃSKA A., 2002 — Minimalne prawdopodobieństwo straty producenta na rynku bilansującym. Energetyka, nr 12(582).

Tomasz POPLAWSKI

## Application of chosen forecasting techniques for short-term forecasts of electric energy prices on the Polish Power Exchange

### Abstract

Along with social and political transformations and following economical transformations observed in our country during the past fifteen years, evolution of attitudes towards the role of power engineering forecasting is being noticed. The effect of transformations occurring in Polish energy engineering is liberalization of energy trade. Forecasting of electric energy demands or consumption is an issue recognized to some extent and well described both in domestic and worldwide publications.

Much worse is the case of forecasting of prices of electric energy. The issue is a new one, and in the case of forecasting of electric energy prices on the Polish Power Exchange there are not many developed and verified methods of its prediction.

In the paper application of classic harmonic models based on stochastic analysis of time series, as well as Hausdorff's model derived from deterministic chaos theory is proposed for short-term prediction of prices. These models have been verified using a homogenous statistic material using forecasts of out-of-date prices of electric energy on the Polish Power Exchange.

KEY WORDS: short-term load forecasting in electric power engineering, Polish Power Exchange, time series, harmonic curves, similarity-based methods, chaos theory